INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN MARAMUREŞ

MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE

CONCURSUL NATIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
”ADOLF HAIMOVICI”
Etapa locală – 28 februarie 2015
Clasa a XII-a TEHNIC

Filiera tehnologică – Profil tehnic – toate specializările

SUBIECTUL 1

Pe R se consideră legea de compozitie $x \circ y = 3xy + 3x + 3y + 2,\ \forall$ x,y $\in R$.

a) Să se calculeze $y \circ (-1)$,

b) Să se arate că $(-2012) \circ (-2011) \circ \ldots 0 \circ 1 \circ \ldots \circ 2012 + 3 > 0$,

c) Să se găsească două numere a,b $\in R - Q$ cu proprietatea că a$\circ$ b $\in N$.

SUBIECTUL 2

Se consideră mulțimea $G = \left\{A(x) = \begin{pmatrix} 1+2x & 4x \\ -x & 1-2x \end{pmatrix} / x \in R\right\}$

a) Arătați că $A(x)A(y) = A(x+y),\ \forall\ x, y \in R+$

b) Demonstrați că G este grup în raport cu înmulțirea matricelor pătratice de ordinul doi.

SUBIECTUL 3

Se consideră $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{1+x}\,dx, \forall\, n \in N^*$.

a) Calculați I_1 și I_2.

b) Arătați că $I_{n+1} + I_n = \frac{1}{n+1}, \forall\, n \in N^*$.

SUBIECTUL 4

Se consideră $f\colon (1, +\infty) \to R,\ f(x) = \frac{1}{x(1+lnx)}$.

a) Să se determine o primitivă F a lui f cu proprietatea că F$(e^{e-1}) = 2$.

b) Să se arate că F este crescătoare și concavă, pentru F determinată la punctul a).

c) Să se calculeze suma: $F(\sqrt{e}) + F(\sqrt[3]{e}) + F(\sqrt[4]{e}) + \ldots + F(\sqrt[n]{e})$, unde F este primitiva determinată la punctul a).

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect este notat cu 7 puncte. Timp de lucru 3 ore.

Subiectele au fost propuse si selectate de către:
prof. Huminiuc Monica, Liceul Teoretic ”Emil Racovită”, Baia Mare
prof. Tărău Rodica, Liceul Teologic Penticostal, Baia Mare